

淺談井字過三關



沙田蘇浙公學
(Fung Siu Man)馮紹民老師
2B陳泯臻
(Chan Man Chun)
2B趙逸庭
(Chiu Yat Ting)
2B姚皓文
(Yiu Ho Man)

目錄

第一章	簡介	頁3
第二章	井字過三關的歷史	頁4
第三章	井字過三關的玩法	頁6
第四章	遊戲對局及分析	
	1. 棋局的對稱性	頁9
	2. 不同的遊戲開局	頁12
	3. 理性的決定	頁17
	4. 各個開局分析	頁20
	5. 總結	頁69
第五章	井字過三關的變化	頁71
第六章	專題研習感想和資料來源	頁75

第一章 簡介

「井字過三關」是一個受歡迎的小遊戲，不少同學在學校打發時間時都會玩。遊戲雖簡單，但當中卻少不了些數學元素。例如，井字過三關是不是先下棋者是不是有較大機會勝出？如是，把棋子先放在棋盤正中央一定較有利？為什麼？

經過多年，遊戲在規則上發展出多個不同的版本。例如：原來的 3×3 棋盤換成 4×4 棋盤，而玩家需要把棋子連成一行的「過四關」時，開局時放在中間4格，勝利的機會又會否較高？或者，在 4×4 棋盤上玩「過三關」又會變成怎樣？如果把棋盤換成 $3 \times 3 \times 3$ 的「立體棋盤」時，遊戲又有什麼改變？

本專題報告將利用數學方法，分析不同的井字過三關遊戲棋局、以及研討有沒有遊戲必勝法和一些不同遊戲版本。

5. 總結：

井字過三關的遊戲規則雖然簡單，但考慮到玩家在「理性」的情況下棋，發展出多種不同的棋局變化。

在「理性」大前提下，以上分析全部12個開局中，有7個開局「○」可以必勝(開局2、3、4、6、7、9和11)，而其餘5個開局只可以迫和(開局1、5、8、10和12)。

不過，要考慮到在最開始時，先下棋者「○」如果放棋在中央，則「×」必須要把棋子放棋在角，造成開局1以迫和。如果「○」放棋在角，則「×」必須要把棋子放在中央，造成開局5以迫和；如果「○」放棋在邊中央格，則「×」必須要把棋子放在對邊中央、近角或者中央，造成開局12、8或10以迫和。

總結而言，井字過三關在兩位玩家都「理性」的前提下是沒有所謂的必勝法，最多只會和局。而上述分析可見，中央一格可以組成4條連線，控制多數的棋局，尤為重要。

資料來源

1. 井字過三關 (維基百科)

<https://en.wikipedia.org/wiki/Tic-tac-toe/>

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%BA%95%E5%AD%97%E6%A3%8B%E8%AE%8A%E7%A8%AE>

2. 井字過三關歷史

<https://www.coolmathgames.com/zh-hans/blog/%E4%BA%95%E5%AD%97%E6%B8%B8%E6%88%8F%E5%8E%86%E5%8F%B2%EF%BC%9A%E5%8E%86%E4%BB%A3%E4%B8%89%E8%BF%9E>

3. 戰略井字過三關遊戲

<https://www.cs.drexel.edu/~gkc37/Personal/games/StrategicTicTacToe/>

---完---